PITAGORAS ACADEMIA

EJERCICIOS CLASE - ÁLGEBRA

CAPÍTULO: SUCESIONES Y SERIES
TEMA: DEFINICIONES-SERIES NOTABLES-TEOREMAS
PRODUCTO: UNI AVANZADO
PROFESOR: FREDDY AVALOS CUARITE

1. Con respecto a la sucesión
$\left(\frac{2}{5};\frac{3}{6};\frac{4}{7};\frac{5}{8};\ldots\right)$
determine la secuencia correcta del valor de verdad (V) o falsedad (F).
I. Es una sucesión creciente.
II. Es una sucesión acotada.
III. Es una sucesión periódica.

A) VVV B) VVF C) VFV
D) FVF E) FFF

2. Dadas las sucesiones
$(\text{sen}n)_{n\geq 1}$ y $\left((-1)^n\right)_{n\geq 1}$
indique el valor de verdad (V) o falsedad (F) según corresponda.
I. Son sucesiones periódicas.
II. Son sucesiones acotadas.
III. Son sucesiones monótonas.

A) VVV B) VVF C) FVV
D) VFV E) FVF

3. Se tiene la siguiente sucesión, determine su valor de convergencia.

$$a_n=\begin{cases}\dfrac{3n}{n+2} & ;\ \text{si } n=\text{par}\\ \dfrac{\sqrt{9n^2+1}}{n+1} & ;\ \text{si } n=\text{impar}\end{cases}$$

A) 4 B) 5 C) 3
D) 2 E) 0

4. Determine la secuencia correcta de verdad (V) o falsedad (F) según corresponda, con respecto a la sucesión

$$x_n=\begin{cases}\dfrac{n+2}{2n+1} & ;\ \text{si } n=\text{par}\\ \dfrac{n^2+1}{(n+3)(n+2)} & ;\ \text{si } n=\text{impar}\end{cases}$$

I. Presenta dos puntos límites.
II. Es acotada.
III. Es convergente.

A) VVV B) VVF C) VFF
D) FFF E) FFV

5. Determine el valor de verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones.
I. Toda sucesión acotada es convergente.
II. Toda sucesión convergente es monótona.
III. Toda sucesión convergente es acotada.

A) VVV B) VFV C) VVF
D) FVV E) FFV

6. Si se sabe que $(a_n)_{n\geq 1}$ es una sucesión convergente tal que
$a_{n+2}=\dfrac{a_{n+1}+6}{a_n+2}$
Determine el valor de convergencia si se sabe que todos sus términos son positivos.

A) 3 B) 1 C) 2
D) 2,5 E) 3,5

7. Se tiene la sucesión (x_n) definida por
$x_1=\sqrt{2};\ x_{n+1}=\sqrt{2+x_n}$
Determine la secuencia correcta de verdad (V) o falsedad (F) según corresponda.
I. Es monótona.
II. Es acotada.
III. Es convergente a 2.

A) VVV B) VVF C) FVF
D) FFF E) VFF

8. Calcule el valor de convergencia de $(a_n)_{n=1}^{+\infty}$ si
$a_n=\dfrac{\sqrt[3]{n^3+n+1}+\sqrt{4n^2+n+3}}{\sqrt[5]{n^5+\text{sen}\,n}}$

A) 0 B) 1 C) $\frac{1}{3}$
D) 2 E) 3

9. Se deja caer una pelota desde una altura de un metro, luego rebota hasta la mitad de un metro, y en el siguiente rebote alcanza la mitad de altura que se logró en el rebote anterior y así sucesivamente. Si este proceso idealmente continua indefinidamente, determine la distancia total que recorre la pelota.

A) 2 m B) 1 m C) 3 m
D) 4 m E) 2,5 m

10. Calcule el valor de

$$S = 3 - \frac{3}{5} + \frac{3}{5^2} - \frac{3}{5^3} + \ldots$$

A) $\frac{5}{2}$ B) $\frac{5}{3}$ C) $\frac{2}{5}$
D) $\frac{1}{3}$ E) 2

11. Determine el valor de convergencia en A.

$$A = \frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{5}{8} + \frac{7}{16} \ldots$$

A) $\frac{3}{2}$ B) 7 C) 2
D) 5 E) 3

12. Calcule el valor de convergencia de

$$M = \frac{5}{6} + \frac{13}{6^2} + \frac{35}{6^3} + \frac{97}{6^4} + \ldots$$

A) $\frac{5}{3}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{1}{2}$
D) 3 E) 2

13. Determine la secuencia correcta del valor de verdad (V) o falsedad (F) según corresponda.

I. $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ converge, entonces (a_n) converge.

II. $\sum_{n=1}^{+\infty} x_n = \lim_{n\to\infty} x_n$

III. $\sum_{n=1}^{+\infty} x_n$ converge, entonces $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{x_n}$ converge.

A) FFF B) VVV C) FFV
D) FVF E) VVF

14. Calcule el valor de convergencia de

$$N = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^2 + n}$$

$$M = \frac{1}{4} + \frac{1}{28} + \frac{1}{70} + \frac{1}{130} + \ldots$$

A) 1; 1 B) 1; $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$
D) 1; $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{3}$

15. Si se tiene que

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n}{(n+1)!} = L$$

entonces calcule el valor de

$$1 + L + L^2 + L^3 + L^4 + L^5$$

A) 6 B) 31 C) 63
D) 80 E) 1

16. Determine el valor de convergencia

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left((n+1)\operatorname{sen}\left(\frac{1}{n+1}\right) - n\operatorname{sen}\left(\frac{1}{n}\right) \right)$$

A) 1 B) $1 - \frac{\pi}{2}$ C) $\frac{1}{2}$
D) $1 - \operatorname{sen} 1$ E) $1 - \operatorname{sen}\frac{1}{2}$

17. Determine las series que son convergentes.

I. $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n}$ II. $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ III. $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^2}$

A) I y II B) II y III C) solo II
D) solo III E) I y III

PARA EL ALUMNO

1. Calcule el valor de convergencia de la siguiente sucesión:

$$\left\{\frac{3}{4}; \frac{7}{6}; \frac{11}{8}; \frac{15}{10}; \ldots\right\}$$

A) $+\infty$ B) 1 C) 0
D) 2 E) 5

2. Determine a partir de qué término la siguiente sucesión es menor que 0,61:

$$\left\{1;\frac{7}{9};\frac{10}{14};\frac{13}{19};\frac{16}{24};\ldots\right\}$$

A) 40 B) 35 C) 33
D) 32 E) 29

3. Sea la sucesión $\{a_n\}$, donde

$$a_n=\left[\!\left[\frac{3}{1+\frac{1}{n}}\right]\!\right]\left[\!\left[\frac{2}{1-\frac{1}{n+1}}\right]\!\right]\left[\!\left[\frac{1}{1+\frac{1}{n}}\right]\!\right]$$

diga a qué valor converge la sucesión $\{a_n\}$.
Tenga en cuenta que $[\![x]\!]=n\in\mathbb{Z}\leftrightarrow n\le x<n+1$

A) -1 B) 0 C) 1
D) 2 E) 3

UNI 2012 - II

4. Sea la sucesión $\{x_n\}$, cuya regla de correspondencia es

$$x_n=\frac{\sqrt{n}}{n+1}$$

Indique el valor de verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

I. $\{x_n\}$ es monótona.
II. $\{x_n\}$ es acotada.
III. $\{x_n\}$ es convergente.

A) VFF B) FVF C) VVV
D) VFV E) FFF

5. Se tiene la sucesión $\{x_n\}$ definida por

$x_1=3;\ x_{n+1}=\sqrt{2x_n+7}$.
Analice su convergencia.

A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) $1+2\sqrt{2}$
D) $1-\sqrt{2}$ E) $\sqrt{3}$

6. Determine la siguiente suma

$$E=\frac{3}{5}+\frac{1}{5}+\frac{7}{5^3}+\frac{9}{5^4}+\frac{11}{5^5}+\ldots$$

A) $\frac{9}{8}$ B) $\frac{5}{8}$ C) $\frac{4}{3}$
D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{7}{8}$

7. Dada la expresión

$$S_{(x)}=\sum_{n=0}^{+\infty}\left(x^2-|x|+1\right)^{-n}$$

señale la alternativa correcta.

A) $S_{(x)}=1+\left(x^2-|x|\right)^{-1};\ \forall\ |x|<1$
B) $S_{(x)}=1+\left(x^2-|x|\right)^{-1};\ \forall\ |x|>1$
C) $S_{(x)}=1+\left(x^2+|x|\right)^{-1};\ \forall\ |x|>1$
D) $S_{(x)}=1+\left(x^2-|x|\right)^{-1};\ \forall\ x>1$
E) $S_{(x)}=1+\left(x^2-|x|\right)^{-1};\ \forall\ x\neq 0$

8. Si (x_n) es una sucesión, tal que $x_n+2x_{n+1}=x_{n+2}$; $\forall\ n\in\mathbb{Z}^+$, calcule el valor de convergencia de la siguiente serie.

$$\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{\left(\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{x_k}{2^k}\right)+x_2\right)}{(x_{n+2})}$$

A) 0 B) 1 C) 1/2
D) 2 E) 1/3

9. Si $(a_n)_{n=1}^{+\infty}$ es una sucesión aritmética creciente y $(b_n)_{n=1}^{+\infty}$ es una sucesión geométrica decreciente de términos positivos, determine el valor de la convergencia de la serie $\sum_{n=1}^{+\infty}(a_nb_n)$. Considere que $a_1=b_1-1=0$.

A) $\frac{a_2b_2}{(b_1-b_2)^2}$ B) $\frac{a_2b_2}{(b_1-b_2)}$ C) $\frac{(a_2b_2)2}{(b_1-b_2)}$
D) $\frac{a_2^2b_2}{(b_1+b_2)}$ E) $\frac{a_2b_2^2}{(b_1+b_2)}$

10. Calcule la siguiente serie.

$$S=\frac{1}{2\times 0!}+\frac{1}{3\times 1!}+\frac{1}{4\times 2!}+\frac{1}{5\times 3!}+\ldots$$

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{1}{3}$
D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{2}{3}$

1.D	2.C	3.B	4.C	5.C
6.E	7.B	8.B	9.A	10.B